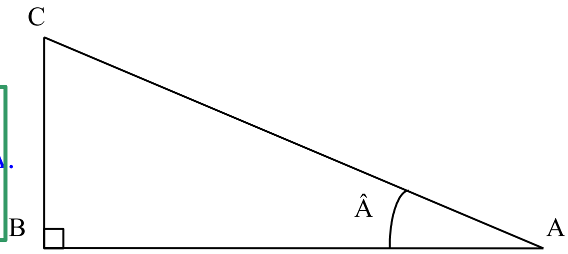
Trigonométrie: cosinus, sinus, tangente

I] Vocabulaire

AC: hypoténuse du triangle.
AB: côté adjacent de l'angle Â.
BC: côté opposé à l'angle Â .



Remarque : le vocabulaire attaché à un côté dépend de l'angle considéré.

II] Définition

1) Définition du cosinus d'un angle Â

Cos Â = $\dfrac{côté\ adjacent\ à\ \widehat{A}}{hypoténuse}$

2) Définition du sinus d'un angle Â

Sin Â= $\dfrac{côté\ opposé\ à\ \widehat{A}}{hypoténuse}$.

3) Définition de la tangente d'un angle Â

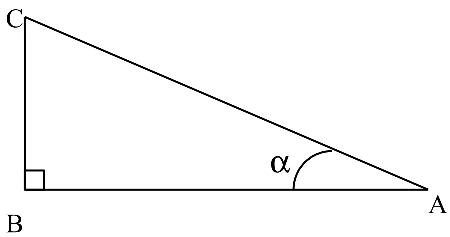
Tan Â= $\dfrac{côté\ opposé\ à\ \widehat{A}}{côté\ adjacent\ à\ \widehat{A}}$

4) exemple

Cosα =

Sinα =

Tanα =



Remarque: pour tout angle α on a
$0<\cos \alpha < 1$
$0<\sin \alpha < 1$

attention : valable pour des angles aigus

III] Applications

1) Utilisation de la calculatrice

La calculatrice permet d'obtenir :

- une valeur approchée du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un angle.

Ex : Pour déterminer le sinus de 42°, on tape :
$\boxed{\text{SIN}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{EXE}}$ On obtient environ 0,669.

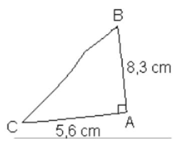
- une valeur approchée de l'angle dont on connaît
le cosinus, le sinus ou la tangente

Ex : Pour déterminer l'angle qui a pour tangente 2,5
on tape (selon les modèles) :
$\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{TAN}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{.}$ $\boxed{5}$ On obtient environ 68°.

Attention à bien vérifier que la calculatrice est dans le mode DEGRES.

2) Déterminer une mesure d'angle

Exemple : Dans le triangle ABC rectangle en A,
on connaît le côté opposé et le côté adjacent à l'angle $\widehat{B}$
d'où l'utilisation de la tangente.

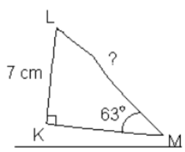


$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{5,6}{8,3}$$

Pour connaître l'angle dont on a la tangente,
on utilise la touche [TAN^{-1}] de la calculatrice ;
on obtient ainsi : $\widehat{B} \approx 34.00749242$.
En arrondissant : $\widehat{B} \approx 34°$

3) Déterminer une longueur

Dans le triangle KLM rectangle en K,
on connaît le côté opposé à l'angle $\widehat{M}$
et on veut déterminer l'hypoténuse, d'où l'utilisation du
sinus de $\widehat{M}$.



$$\sin \widehat{M} = \frac{KL}{LM}$$

$$\frac{\sin 63°}{1} = \frac{7}{LM}$$

$LM = 7 \times 1 \div \sin 63$

Sur la calculatrice, on tape : [7] [÷] [SIN] [6] [3].
On obtient ainsi : $LM \approx 7{,}9$ cm

III] Propriétés

1) Relation entre cos et sin

Pour tout angle ***a*****,** on a

$(\cos \boldsymbol{a})^2 + (\sin \boldsymbol{a})^2 = 1$

2) Relation entre tan, sin et cos

Pour tout angle ***a*** , tan ***a*** = $\dfrac{\sin a}{\cos a}$

(avec ***a*** différent de 90°)

3) Applications

Supposons que le cosinus d'un angle $\widehat{B}$ fait $\dfrac{8}{10}$

$(\cos \widehat{B})^2 + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

$\left(\dfrac{8}{10}\right)^2 + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

$\dfrac{64}{100} + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

$(\sin \widehat{B})^2 = 1 - \dfrac{64}{100}$

$(\sin \widehat{B})^2 = \dfrac{36}{100}$

$\sin \widehat{B} = \dfrac{6}{10}$

$\tan \widehat{B} = \dfrac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}}$

$\tan \widehat{B} = \dfrac{6}{10} \div \dfrac{8}{10}$

$\tan \widehat{B} = \dfrac{6}{10} \times \dfrac{10}{8}$

$\tan \widehat{B} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$