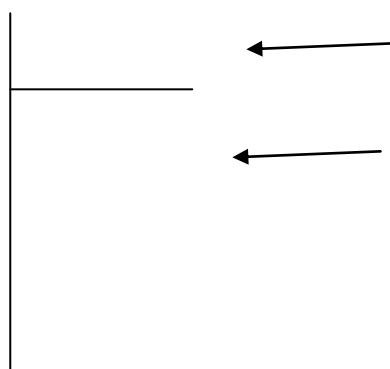
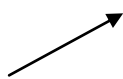


I] DIVISION EUCLIDIENNE1) Propriété

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers positifs, avec  $b$  non nul.  
Effectuer la division euclidienne de  $a$  par  $b$ , c'est trouver le couple unique d'entiers positifs  $q$  et  $r$  vérifiant  
 $a = b \times q + r$  avec  $r < b$

2) Exemple

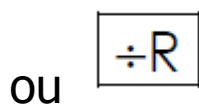
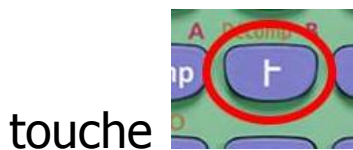
$$4585 \div 125$$



$$4585 = \dots\dots$$

3) Calculatrice et tableur

Certaines calculatrices effectuent les divisions euclidiennes :



Sur le tableur, on obtient le quotient

en saisissant  $=\text{ENT}(4585/125)$

et le reste  $=\text{MOD}(4585 ;125)$

## II] DIVISEURS ET MULTIPLES

### 1) Définition

Soit  $a$  et  $b$  deux entiers positifs, avec  $b$  non nuls.  
Si le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$  est nul alors  
 $a = b \times q$  (ou  $a \div b = q$ ).  
On dit alors que

- $b$  est un diviseur de  $a$
- $a$  est un multiple de  $b$

Ou encore

- $a$  est divisible par  $b$
- $b$  divise  $a$

### Exemple

$91 \div 7 = 13$  donc 7 est un diviseur de 91.

$91 = 7 \times 13$  ; 13 est donc aussi un diviseur de 91

$1974 \div 84 = 23,5$  alors 84 n'est pas un diviseur de 1974

### 2) remarques

- Un nombre entier a un nombre fini de diviseurs mais un nombre infini de multiples.
- 1 est diviseur de tout nombre entier.
- Tout nombre entier supérieur à 1 admet au moins deux diviseurs : 1 et lui-même
- Pour trouver un diviseur d'un nombre donné,
  - on peut effectuer des divisions euclidiennes
  - on peut reconnaître des résultats des tables de multiplication ;
  - on peut rechercher des diviseurs simples en appliquant les critères de divisibilité.

### 3) Critères de divisibilité

- un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8. Dans ce cas, on dit qu'il est pair.
- un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par les deux derniers chiffres (dizaine et unité) est divisible par 4
- un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5
- un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0
- un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9

#### exemple :

198 est divisible par 2 car il se termine par 8.

198 est divisible par 3 car la somme des chiffres, à savoir 18, est dans la table 3.

198 est divisible par 9 car la somme des chiffres, à savoir 18, est dans la table 3...

$$198 = 1 \times 198 = 2 \times 99 = 3 \times 66 = 6 \times 33 = 9 \times 22 = 11 \times 18$$

Les diviseurs de 198 sont 1, 2, 3, 6, 9, 11, 18, 22, 33, 66, 99 et 198.

### III] NOMBRES PREMIERS

#### 1) définition

Un nombre premier est un nombre qui admet exactement deux diviseurs, 1 et lui-même.

#### Exemples

- 8 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 1, 2, 4 et 8.
- 1 n'est pas un nombre premier car il admet un seul diviseur, lui-même.
- 0 n'est pas un nombre premier car il est divisible par n'importe quel nombre non nul.
- Les premiers nombres premiers sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37....

#### 2) Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier supérieur à 1 se décompose en produit de facteurs premiers ;

cette décomposition est unique, à l'ordre près des facteurs.

#### Méthode :

Pour décomposer un nombre entier en un produit de facteurs premiers, on décompose progressivement cet entier à l'aide des nombres premiers.

Exemples : Décomposer 3626 en produits de facteurs premiers

3626 est divisible par 2 :  $3626 = 2 \times 1813$

1813 est divisible par 7 :  $3626 = 2 \times 7 \times 259$

259 est divisible par 7 :  $3626 = 2 \times 7 \times 7 \times 37$

37 est un nombre premier

Donc  $3626 = 2 \times 7 \times 7 \times 37 = 2 \times 7^2 \times 37$

## IV] FRACTIONS IRREDUCTIBLES

### 1) Définition

Une fraction est dite irréductible lorsqu'il n'est plus possible de la simplifier.

### 2) Simplification de fraction

Pour écrire une fraction sous forme irréductible, on décompose son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers et on simplifie.

#### Exemples

$$\frac{168}{3\ 626} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 7 \times 7 \times 37} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 37} = \frac{12}{259}$$