chap 6: Calcul litteral

I] Expression littérale

1) Définition

Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Chaque lettre représente un même nombre dont la valeur peut changer. Ces lettres sont appelées variable.

Exemple : *Aire*(triangle) = (b × h) ÷ 2

2) Calculer

Calculer la valeur d'une expression littérale, c'est attribuer un nombre à chaque lettre afin d'effectuer le calcul.

Exemple : Distance D d'arrêt d'un véhicule (en m) roulant à une vitesse V (en km/h)

$$D = \frac{5}{18} V + 0{,}006\, V^2$$

Pour déterminer la distance d'arrêt d'une voiture roulant à 130 km/h :
On remplace V par 130, on ajoute les signes × sous-entendus et on respecte les règles de priorité de calcul.

$$D = \frac{5}{18} \times 130 + 0{,}006 \times 130^2 \approx 137{,}5\text{m}$$

Les calculs peuvent être faits avec une calculatrice, un tableur ou un outil de programmation comme Scratch

Remarque : L'étude d'un problème peut conduire à manipuler des expressions avec des lettres.

II] Développer

1) définition et propriétés

Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence.

Pour n'importe quels nombres relatifs k, a, b, c, d :

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$(a+b)(c+d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$$

2) exemples

Développer, réduire et ordonner les expressions E et F

$E = (5x - 1)(4 - x)$

$=$

$F = (x + 2)(x - 3) - x(x - 8)$

$=$

3) Applications : identités remarquables

Pour n'importe quels nombres relatifs a et b :

$$(a + b)^2 = (a+b)(a+b) = a\times a + a\times b + b\times a + b\times b$$
$$= a^2 + 2\times a\times b + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$
$$= a\times a + a\times(-)b + (-b)\times a + (-b)\times(-b)$$
$$= a^2 - 2\times a\times b + b^2$$

$(a + b) (a - b) = a\times a + a\times(-)b + b\times a + b\times(-b)$
$= a^2 - b^2$

exemples

$(x+1)^2 =$

$(4x-5)^2 =$

$(2x+3)(2x-3) =$

$101^2 =$

$99^2 =$

$101\times 99 =$

III] Utiliser le calcul littéral pour démontrer

exemple1 : démontrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3

3-4-5 : $3+4+5 = 12 = 3\times 4$

Un exemple ne suffit pas pour démontrer cette propriété.
Il faut la démontrer dans un cas général, et donc utiliser le calcul littéral.

Soit n un nombre entier
Alors le nombre entier suivant est $n+1$
et le nombre entier précédent est $n - 1$

$n - 1 + n + n + 1 = 3n$.
3n est bien un multiple de 3.
La propriété est donc vraie pour tout nombre n entier.

Exemple2 : Pour tous les nombres positifs a et b, a-t-on $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$?

Si pour un seul exemple, les deux expressions ne sont pas égales, alors l'égalité est fausse.

$\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$ et $\sqrt{64}+\sqrt{36}=8+6=14$

donc $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$