CHAP.13 : FONCTIONS LINÉAIRES

I) Définition:

Si “a” est un nombre fixé, on appelle **fonction linéaire** de coefficient a, la fonction qui, à un nombre noté x, associe le nombre $a \times x$,
On note $f : x \longmapsto ax \quad ou \quad f(x) = ax$ pour tout nombre x .

Exemple :

Soit f est la fonction linéaire de coefficient 2.
$f : x \longmapsto 2x$
Alors :
L’image de 5 est : f(5) = ……………..
L’image de (-3) est : f(-3) = ……………..
L’image de 1 est : f(1) = ……………………..

Remarque : une fonction linéaire traduit une situation de **proportionnalité**.

On peut regrouper les résultats précédents dans un tableau :

x	5	-3	1
$f(x)$	10	-6	2

C’est un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité qui permet d’exprimer f(x) en fonction de x est 2.
D’où l’égalité: f(x) = 2 × x pour tout nombre x.

II) Application aux pourcentages

1) Prendre t% d'un nombre x

On multiplie le nombre par $\dfrac{t}{100}$

La fonction associée $f : x \longmapsto \dfrac{t}{100} \times x$ *est une fonction linéaire de coefficient* $\dfrac{t}{100}$

Exemple :

Calculer 20% de 150 : $\frac{20}{100}\times 150 = 0{,}20\times 150$ *= 30*

2) Augmenter un nombre x de t%

On multiplie le nombre par 1+ $\frac{t}{100}$

La fonction associée $g : x \longmapsto (1+\frac{t}{100})\times x$ *est une fonction linéaire de coefficient* $1+\frac{t}{100}$

Exemples de coefficients :
+20% revient à multiplier par 1,20
+50% revient à multiplier par 1,50
+5% revient à multiplier par 1,05
+100% revient à multiplier par 2

Exemple d'augmentation : Le prix d'un article à 75€ augmente de 15%

$75\times(1+\frac{15}{100}) = 75\times 1{,}15$ *= 86,25€*

3) Diminuer un nombre x de t%

On multiplie le nombre par 1 - $\frac{t}{100}$

La fonction associée $h : x \longmapsto (1-\frac{t}{100})\times x$ *est une fonction linéaire de coefficient* $1-\frac{t}{100}$

Exemples de coefficients :
-20% revient à multiplier par 0,80
-50% revient à multiplier par 0,50
-5% revient à multiplier par 0,95
-12,5% revient à multiplier par 0,875

Exemple de diminution : un article à 180€ est soldé -35%

$$180\times(1-\frac{35}{100}) = 180\times 0{,}65 = 117€$$

Remarques :
- Une hausse de t% ne compense pas une baisse de t%
Exemple : un prix baisse de 10% puis augmente de 10%.
Le coefficient multiplicateur est donc

$$(1-\frac{10}{100})\times(1+\frac{10}{100}) = 0{,}90\times 1{,}10 = 0{,}99$$ (le prix a baissé de 1% !)

- En cas d'évolutions successives, les pourcentages ne s'ajoutent pas.
Exemple : Un prix subit 2 hausses successives de 10%.
Le coefficient multiplicateur est donc

$$(1+\frac{10}{100})\times(1+\frac{10}{100}) = 1{,}10\times 1{,}10 = 1{,}21$$ (le prix a augmenté de 21% et non 20%)

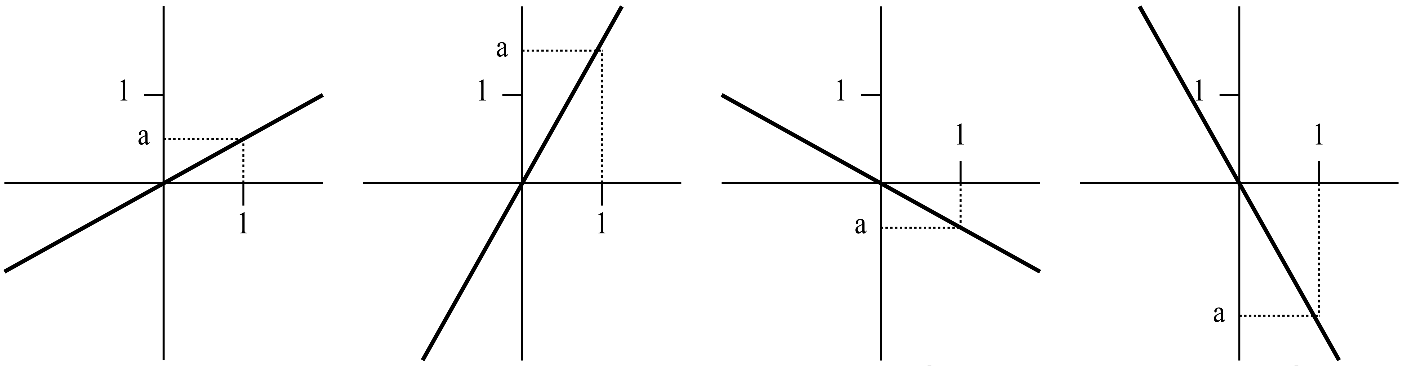
III) Représentation graphique

Soit f la fonction linéaire définie par: $f : x \longmapsto ax$

Dire qu'un point appartient à la représentation graphique de la fonction f signifie que ces coordonnées (x ; y) vérifient la relation $y = f(x)$, c'est à dire $y = ax$.
Dans un repère, cette représentation est LA droite passant par:
- L'origine du repère.
- Le point de coordonnées (1; a)

"a" est le **coefficient directeur** de la droite.

Il indique “l’inclinaison” de la droite.



a « petit et positif » a « grand et positif » a « petit et négatif » a « grand et négatif »

Remarque :

Si a = 0, la droite se confond avec l’axe des abscisses.