CHAP 18 – INEGALITE ET INEQUATIONS

I] Exemple et vocabulaire.

1) Une inéquation

1er membre 2ème membre

Une inégalité telle que $5x + 2 > 3x - 1$ où figure un nombre inconnu désigné par une lettre s'appelle une inéquation à une inconnue.

Une solution de cette inéquation est une valeur de x pour laquelle l'inégalité est vraie.

2) Test d'une inéquation

• Exemple pour $x = 2$

On calcule le premier membre : $5x + 2 = 5 \times 2 + 2 = 10 + 2 = 12$

On calcule le second membre : $3x - 1 = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5$.

On compare : $12 > 5$.
Le nombre 2 est donc solution de l'inéquation.

• Exemple pour $x = -3$

On calcule le premier membre : $5x + 2 = 5 \times (-3) + 2 = -15 + 2 = -13$

On calcule le second membre : $3x - 1 = 3 \times (-3) - 1 = -9 - 1 = -10$.

On compare : $-13 < -10$.
Le nombre – 3 n'est donc pas solution de l'inéquation.

Résoudre une inéquation d'inconnue x, c'est trouver toutes les solutions de cette inéquation.

II] Propriété des inégalités

1) Ordre et addition

L'ordre est conservé quand on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une inégalité.
Autrement dit si $a \leqslant b$ alors $a \mathbf{+ c} \leqslant b \mathbf{+ c}$.

Exemples

Si x < 2 alors x **+ 3** < 2 **+ 3** c'est-à-dire x + 3 < 5.

Si x + 3 < 5 alors x + 3 **– 3** < 5 **– 3** c'est-à-dire x < 2.

Les inéquations x + 3 < 5 et x < 2 ont donc les mêmes solutions.

2) Ordre et multiplication

L'ordre est conservé quand on multiplie (ou divise) par un même nombre **strictement positif** les deux membres d'une inégalité. Autrement dit si a < b et c est **positif** alors a × **c** < b × **c**.

L'ordre est inversé quand on multiplie (ou divise) par un même nombre **strictement négatif** les deux membres d'une inégalité. Autrement dit si a < b et c est négatif alors a × **c** **>** b × **c**.

Attention donc au signe du nombre c.

• Exemple 1.

- Si $\frac{1}{4}x > -2$ alors $4 \times \frac{1}{4}x > 4 \times (-2)$

c'est-à-dire $x > -8$.

- Si $x > -8$ alors $\frac{1}{4} \times x > \frac{1}{4} \times (-8)$

c'est-à-dire $\frac{1}{4}x > -2$.

Les inéquations $\frac{1}{4}x > -2$ et $x > -8$ ont donc les mêmes solutions.

• Exemple 2.

- Si $-2x < 3$ alors $(-2x) \times \frac{1}{-2} > (3) \times \frac{1}{-2}$

l'ordre a été inversé car $\frac{1}{-2}$ est négatif

c'est-à-dire $x > -1,5$.

- Si $x > -1,5$ alors $-2x < 3$.

Les inéquations $-2x < 3$ et $x > -1,5$ ont donc les mêmes solutions.

III] Résolution d’une inéquation

1) Manipulation de l’inégalité

Pour déterminer les solutions d’une inéquation, on utilise les propriétés précédentes et on se ramène à x > …. ou x < …..

Exemple : résoudre l’inéquation : $5x + 2 > 3x - 1$

- On regroupe les termes en x dans l’un des membres ;

pour cela, on soustrait $3x$ à chacun des membres : $5x + 2 \underline{- 3x} > 3x - 1 \underline{- 3x}$

$2x + 2 > -1$

- On regroupe les termes sans x dans l’autre membre ;

Pour cela, on soustrait 2 à chaque membre : $2x + 2 - 2 > -1 - 2$

$2x > -3$

- Il reste à diviser par 2 pour n’avoir que x : $2x/2 > -3/2$

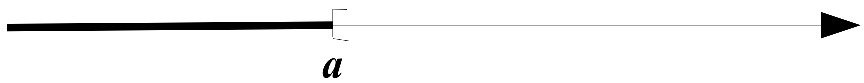
$x > -1,5$

Les solutions de l’inéquation sont les nombres strictement supérieurs à – 1,5.

2) Illustration des solutions

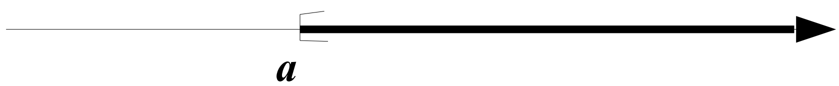
Une inéquation donne une infinité de solutions. On peut les représenter sur un axe gradué.

x<a



x>a

$x \geqslant a$



$x \leqslant a$

IV] Résolution d'un problème

La résolution d'un problème se fait en 4 étapes :

- choix de l'inconnue ;
- mise en inéquation du problème ;
- résolution de l'inéquation ;
- interprétation du résultat.