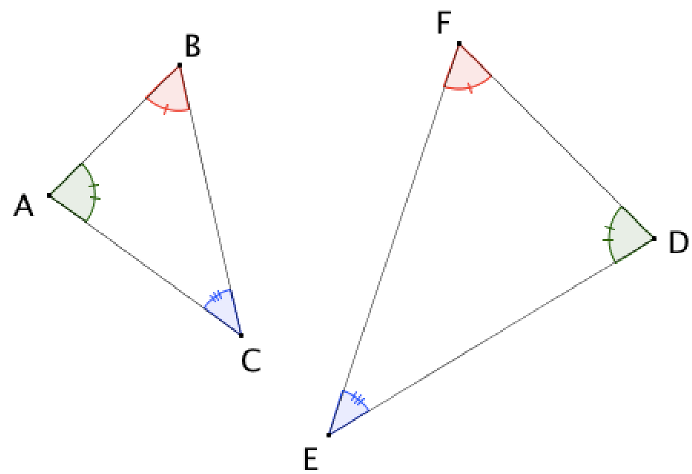
Chap. 17 : TRIANGLES SEMBLABLES

I] Triangles semblables et angles

1) Définition

Définition : On appelle triangles semblables des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :



$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$

$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$

$\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$

Dans la pratique :
Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que deux couples d'angles sont égaux deux à deux. En effet, d'après la règle des 180°, le dernier couple d'angles le sera également.

2) Vocabulaire

Lorsque deux triangles sont semblables :
- Un angle d'un triangle et l'angle de même mesure de l'autre triangle sont dits **homologues**
- Les côtés opposés de deux angles homologues sont aussi dits homologues

Exemple :
Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DFE}$ sont homologues
Les côtés [AC] et [DE] sont homologues

II] Triangles semblables et longueurs

Propriété 1 : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés homologues sont deux à deux proportionnelles

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables donc
Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côtés du triangle DEF.

$$\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{ED}$$

Remarque : Le coefficient de proportionnalité est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

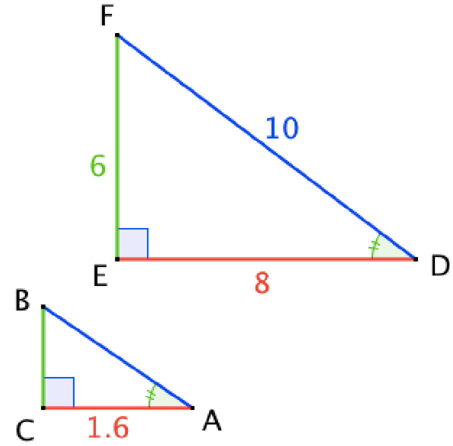
Propriété 2 : Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces deux triangles sont semblables.

Conséquence : deux triangles en configuration de Thalès sont semblables

III] Méthode : Utiliser des triangles semblables

Vidéo https://youtu.be/F3SuRBTkaGM

1) Prouver que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.
2) En déduire les longueurs CB et AB.



1) On sait que $\widehat{CAB} = \widehat{EDF}$ et que $\widehat{BCA} = \widehat{FED} = 90°$. Donc nécessairement, les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{EFD}$ sont égaux.
On en déduit que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

2) Comme les triangles ABC et DEF sont semblables, les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.
On a donc :
$\frac{CA}{ED} = \frac{CB}{EF} = \frac{AB}{DF}$, soit : $\frac{1{,}6}{8} = \frac{CB}{6} = \frac{AB}{10}$
On en déduit que :
CB = 6 x 1,6 : 8 = 1,2
AB = 10 x 1,6 : 8 = 2.