Classification des nombres

Dans la vie de tous les jours, on peut avoir besoin de compter des objets : 1, 2, 3, 4, … C'est ce qu'il y a de plus *naturel*. On appelle ces nombres : les entiers naturels.
Mais parfois, il n'y a rien à compter, le zéro est aussi un nombre entier naturel. C'est d'ailleurs le tout premier.
L'ensemble des **nombres entiers naturels** se note $\mathbb{N}$ (vient de l'italien « Naturale »).

Si 0 est le premier, que se passe-t-il alors lorsqu'on a moins que rien ?
On dépense par exemple plus d'argent qu'on en possède ou on plonge en dessous du niveau de la mer ou même encore la température descend en dessous de 0°C.
On introduit ainsi les nombres négatifs tels que : -5, -200, -14.
Nombres négatifs et positifs forment l'ensemble des **nombres entiers relatifs** et se note $\mathbb{Z}$ (vient de l'allemand « Zahl » = nombre).

Si l'entier est entier !!! La suite nous dira qu'il n'est pas voué à le rester.
Prenons un entier. Nous allons le partager, le découper, le fractionner, le *décimer*… après ce cruel supplice, nous obtenons des nombres d'une nouvelle famille : les nombres décimaux.
1,5 par exemple est composé d'un entier et de la moitié d'un entier.
L'ensemble des **nombres décimaux** se note $\mathbb{D}$ (vient du français « Décimal »).

Mais parfois le partage se passe mal et le résultat devient plus difficile à représenter.
Partageons par exemple un entier en trois. Divisons donc 1 par 3, on trouve 0,3333333333333… avec une suite infinie de « 3 ».
Il y a cependant quelque chose de *rationnel* dans ce partage, car nous comprenons ce nombre, nous connaissons toutes ses décimales mais nous n'arrivons pas à les écrire. Contrairement aux nombres décimaux, dont l'écriture s'arrête.
Ce nombre fait partie de l'ensemble des **nombres rationnels** et se note $\mathbb{Q}$ (vient de l'italien « Quotiente »).

Nous avons utilisé plus haut le terme de « fractionner ». En effet, tous les nombres de l'ensemble des rationnels peuvent s'écrire sous forme d'une fraction. Le résultat de « 1 : 3 » par exemple, s'écrit : $\frac{1}{3}$

Allons encore plus loin avec les nombres à virgule :
Résolvons l'équation : $x^2 = 2$ ou quel nombre faut-il multiplier par lui-même pour trouver 2 ? La solution est $\sqrt{2}$, soit environ 1,414 213 562 373 095 …
Or cette suite ne s'arrête jamais et nous ne la "comprenons pas".
Les décimales semblent provenir "du hasard". Il n'y a *plus rien de rationnel*.
$\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel que les pythagoriciens (VIème siècle avant J.C.) ont longtemps nié et ont tenté de cacher. Il fait partie de l'ensemble des **nombres réels** et se note $\mathbb{R}$ (vient de l'allemand « Real »).
Parmi les nombres réels, on retrouve également le nombre Pi .

On pourrait penser qu'il n'y a pas plus *complexe* et pourtant si mais ceci est une autre histoire…

Remarquons que les nombres entiers font partie des nombres décimaux qui font partie des nombres rationnels qui font partie des nombres réels .

Il est à noter cette progression ne suit pas exactement l'évolution historique. Si les hommes ont d'abord eu besoin des entiers naturels, c'est ensuite avec les problèmes de partage que sont apparues les fractions et donc les nombres rationnels(3ème siècle av JC). Vers l'an 1000, les mathématiciens arabes et persans ont admis qu'à côté des nombres rationnels, il en existe d'autres - les irrationnels - qui n'ont pas d'écriture fractionnaire. Au 7e siècle après J-c., irruption du zéro et des nombres relatifs, cependant les mathématiciens furent longtemps réticents avant d'accepter les nombres négatifs. En 1582, le Flamand STEVIN publia un traité complet sur l'usage des nombres décimaux. Ceux-ci ne sont que des nombres rationnels particuliers. (car tout décimal s'écrit sous forme de fraction; par exemple: 1,998 $=\frac{1998}{1000}$). Ils sont fort utiles pour poser les opérations et donner des valeurs approchées.